

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной  
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 12 » апреля 20 23 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дисциплина:** \_\_\_\_\_ Математика  
(наименование)

**Форма обучения:** \_\_\_\_\_ очная  
(очная/очно-заочная/заочная)

**Уровень высшего образования:** \_\_\_\_\_ специалитет  
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

**Общая трудоёмкость:** \_\_\_\_\_ 576 (16)  
(часы (ЗЕ))

**Направление подготовки:** 23.05.01 Наземные транспортно-технологические  
средства  
(код и наименование направления)

**Направленность:** \_\_\_\_\_ Автомобильная техника в транспортных технологиях  
(наименование образовательной программы)

# 1. Общие положения

## 1.1. Цели и задачи дисциплины

Освоение студентами основных методов математического аппарата, необходимого для изучения общетеоретических и специальных дисциплин; развитие логического и алгоритмического мышления; повышение общей математической культуры; формирование навыков формализации моделей реальных процессов; анализ систем, процессов и явлений при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений; выработка умений и исследовательских навыков анализа прикладных задач.

Формирование знаний в области

- аналитической геометрии и линейной алгебры;
- дифференциальной геометрии кривых и поверхностей;
- теории последовательностей и рядов;
- дифференциального и интегрального исчисления;
- гармонического анализа;
- дифференциальных уравнений;
- теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, статистического оценивания и проверки гипотез, статистических методов обработки экспериментальных данных.

Формирование умений:

- использовать математический язык и математическую символику при решении практических задач;
- использовать математические методы и модели при решении профессиональных задач;
- проводить анализ функций;
- решать уравнения и системы дифференциальных уравнений применительно к реальным процессам;
- использовать аналитические и численные методы решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений;
- применять вероятностно-статистический подход при решении технических задач;
- использовать математические методы и модели в технических приложениях;
- обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные.

Формирование навыков:

- использования математического аппарата, необходимого для изучения других фундаментальных дисциплин, спецкурсов, а также для работы с современной научно-технической литературой;
- применения методов математического анализа при решении профессиональных задач;
- использования методов аналитической геометрии при решении профессиональных задач;
- решения численными методами систем дифференциальных и алгебраических уравнений;
- применения методов теории вероятностей и математической статистики;
- использования математических, статистических и количественных методов решения типовых профессиональных задач;
- организации вычислительных экспериментов в области профессиональной деятельности;
- построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

## 1.2. Изучаемые объекты дисциплины

- Математические объекты (матрицы, вектора, геометрические образы, функции одной и нескольких переменных, последовательности, ряды, дифференциальные уравнения);
- Операции над объектами и характеристики объектов (предел, непрерывность, операции дифференцирования и интегрирования, экстремумы и т.д.);
- Основные математические методы исследования объектов;
- Математические модели типовых профессиональных задач;
- Способы формализации реальных физических явлений;
- Основные понятия и методы гармонического анализа;
- Основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики.

## 1.3. Входные требования

Не предусмотрены

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
-------------	-------------------	---	--	-----------------

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-1ОПК-1	Знает: основные понятия и методы линейной и векторной алгебры; основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве; правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функций одной переменной с помощью производной; методы интегрирования функции одной переменной; правила и методы дифференцирования функций нескольких переменных; основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений; методы исследования рядов на сходимость и разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена; понятие двойных, тройных и криволинейных интегралов; основные понятия и теоремы теории вероятностей и математической статистики.	Знает основные законы математических и естественных наук, необходимых для решения типовых задач в области профессиональной деятельности	Экзамен
ОПК-1	ИД-2ОПК-1	Умеет: выполнять действия над матрицами и векторами, исследовать системы линейных алгебраических уравнений, решать задачи аналитической геометрии; дифференцировать функции, находить наибольшее и наименьшее значение функций, исследовать функции одной действительной переменной; находить определенные и	Умеет применять знания основных законов математических и естественных наук для решения типовых задач в области	Тест

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
		<p>неопределенные интегралы; находить производные, экстремумы функций нескольких переменных; исследовать числовые и функциональные ряды на сходимость; раскладывать функции в ряд Тейлора и Маклорена; находить двойные, тройные и криволинейные интегралы; вычислять вероятности событий, находить законы распределения случайных величин, их числовые характеристики, находить статистические характеристики изучаемых выборок, выдвигать и проверять статистические гипотезы.</p>		
ОПК-1	ИД-3ОПК-1	<p>Владеет: навыками решения алгебраических уравнений, навыками решения задач по аналитической геометрии; навыками исследования функции с помощью производной первого и второго порядка; навыками решения задач из разделов дифференциального и интегрального исчисления; навыками построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений; навыками решения задач из теории</p>	<p>Владеет навыками решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p>	<p>Расчетно-графическая работа</p>

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
		рядов; методами вычисления и приложения двойных, тройных и криволинейных интегралов; методами организации вычислительных экспериментов в профессиональной деятельности.		

### 3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах		
		Номер семестра		
		1	2	3
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	242	80	90	72
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:				
- лекции (Л)	88	32	32	24
- лабораторные работы (ЛР)				
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	142	44	54	44
- контроль самостоятельной работы (КСР)	12	4	4	4
- контрольная работа				
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	262	100	90	72
2. Промежуточная аттестация				
Экзамен	72	36		36
Дифференцированный зачет	9		9	
Зачет				
Курсовой проект (КП)				
Курсовая работа (КР)				
Общая трудоемкость дисциплины	576	216	180	180

### 4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
1-й семестр				
Линейная алгебра	5	0	6	16
Тема 1. Матрицы. Определители. Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Векторная алгебра	5	0	6	18
Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами. Тема 4. Нелинейные операции над векторами				
Аналитическая геометрия	8	0	10	30
Тема 5. Уравнение линии на плоскости. Тема 6. Уравнения плоскости, прямой в пространстве. Тема 7. Кривые второго порядка.				
Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	14	0	22	36
Тема 8. Предел числовой последовательности. Тема 9. Предел и непрерывность функций одной переменной. Тема 10. Производная функций одной переменной. Тема 11. Дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления. Тема 12. Исследование функций одной переменной.				
ИТОГО по 1-му семестру	32	0	44	100
2-й семестр				
Интегральное исчисление функций одной переменной. Комплексные числа и действия над ними	12	0	22	40
Тема 13. Неопределенный интеграл. Тема 14. Классы интегрируемых функций. Тема 15. Определенный интеграл. Тема 16. Геометрические и физические приложения				
Теория функций нескольких переменных. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей	8	0	10	22
Тема 17. Функции нескольких переменных. Частные производные функций нескольких переменных. Тема 18. Элементы теории поля. Тема 19. Экстремум функций нескольких переменных.				
Дифференциальные уравнения	12	0	22	28
Тема 20. Дифференциальные уравнения первого порядка, дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка. Тема 21. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Тема 22. Системы дифференциальных уравнений. Вариационное исчисление и оптимальное управление.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
ИТОГО по 2-му семестру	32	0	54	90
3-й семестр				
Ряды	8	0	14	24
Тема 23. Числовые ряды. Знакопеременные ряды. Тема 24. Степенные ряды. Функциональные ряды. Тема 25. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.				
Интегрирование функции нескольких переменных	6	0	12	20
Тема 26. Кратные интегралы. Тема 27. Криволинейные интегралы.				
Теория вероятностей и математическая статистика	10	0	18	28
Тема 28. Предмет теории вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Тема 29. Случайные величины. Задачи математической статистики. Статистические оценки параметров распределения. Обработка экспериментальных данных.				
ИТОГО по 3-му семестру	24	0	44	72
ИТОГО по дисциплине	88	0	142	262

#### Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Вычисление определителей. Сложение, умножение матриц, умножение матрицы на число. Нахождение ранга матрицы. Нахождение обратной матрицы.
2	Решения систем линейных алгебраических уравнений (методом Крамера, Гаусса, обратной матрицы).
3	Выполнение линейных операций над векторами. Разложение вектора по базису.
4	Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведения векторов.
5	Нахождение угла между двумя прямыми на плоскости. Проверка условия параллельности и перпендикулярности прямых. Вычисление расстояния от точки до прямой.
6	Вычисление угла между плоскостями. Решение задач на взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, взаимное расположение прямых в пространстве.
7	Вычисление предела числовой последовательности. Применение основных теорем о пределах.
8	Вычисление предела функций одной переменной. Раскрытие простейших неопределённостей. Сведение пределов к замечательным и нахождение их. Проверка функций на непрерывность, нахождение точек разрыва функций.
9	Вычисление производной сложной функции, неявной и параметрической функции. Логарифмическое дифференцирование.
10	Нахождение дифференциала. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталья.
11	Исследование функций и построение ее графика.

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
12	Нахождение неопределенных интегралов, используя таблицу интегралов и основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование дробей, содержащих квадратный трёхчлен в знаменателе.
13	Выполнение действий с комплексными числами.
14	Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических, некоторых иррациональных выражений.
15	Нахождение определенных интегралов и несобственных интегралов.
16	Применение определенного интеграла для вычисления площадей, объемов тел, длин дуг кривой, площадей поверхности тел вращения, массы, моментов инерции, центров тяжести плоских тел, статических моментов плоских тел.
17	Построение области определения функции нескольких переменных. Дифференцирование функции нескольких переменных.
18	Вычисление производной по направлению, градиента функции. Нахождение касательной плоскости и нормали к поверхности.
19	Нахождение экстремумов функции нескольких переменных.
20	Решение интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка. Решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение степени.
21	Решение однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами со специальной правой частью.
22	Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
23	Исследование на сходимость числовых рядов с помощью достаточных признаков сходимости рядов с положительными членами: теорем сравнения, признака Даламбера, интегрального и радикального признаков Коши. Исследование на абсолютную и условную сходимость знакопеременных рядов.
24	Нахождение области сходимости функционального ряда. Отыскание интервала, радиуса и области сходимости степенного ряда. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.
25	Разложение функции в ряд Фурье.
26	Вычисление двойного интеграла в прямоугольной и полярной системах координат.
27	Вычисление тройного интеграла в прямоугольных, цилиндрических и сферических координатах.
28	Вычисление криволинейных интегралов I и II рода.
29	Непосредственный подсчет вероятностей. Вычисление вероятности с помощью теоремы сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности, формулы Байеса и формулы Бернулли.
30	Построение законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение основных характеристик случайных величин.
31	Построение полигона и гистограммы. Проверка статистических гипотез.

## 5. Организационно-педагогические условия

### 5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

### 5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

## 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
<b>1. Основная литература</b>		
1	Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Решение типичных и трудных задач : учебное пособие. Санкт-Петербург : Лань, 2005. 604 с.	226
2	Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление. Москва : Дрофа, 2005. 509 с.	35
3	Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление. Москва : Дрофа, 2005. 509 с.	35
4	Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов. 11-е изд., перераб. Москва : Юрайт, 2010. 404 с.	58

5	Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов. 12-е изд., перераб. Москва : Высш. образование, 2007. 479 с.	48
6	Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М. : Интеграл-Пресс, 2005. 544 с.	7
7	Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М. : Интеграл-Пресс, 2007. 544 с.	287
8	Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов. 17-е изд., стер. Санкт-Петербург : Профессия, 2010. 199 с.	177
9	Практикум по высшей математике. Т. 1. М. : Эксмо, 2006. 575 с.	7
<b>2. Дополнительная литература</b>		
<b>2.1. Учебные и научные издания</b>		
1	Бермант А. Ф., Араманович И. Г. Краткий курс математического анализа : учебник для вузов. 11-е изд., стер. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2005. 736 с.	1
2	Высшая математика / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. Москва : Дрофа, 2003. 511 с.	138
3	Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Москва : Дрофа, 2005. 284 с.	38
4	Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1. М. : Интеграл-Пресс, 2007. 415 с.	697
5	Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М. : Интеграл-Пресс, 2007. 544 с.	287
6	Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия : учебник для вузов. 6-е изд., стер. Москва : Физматлит, 2002. 240 с.	96
7	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. Москва : Физматлит, 2001. 679 с.	48
8	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. Москва : Физматлит, 2001. 863 с.	43
9	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3. Москва : Физматлит, 2002. 727 с.	46
10	Практикум по высшей математике. Т. 2. М. : Эксмо, 2006. 511 с.	7
<b>2.2. Периодические издания</b>		
	Не используется	
<b>2.3. Нормативно-технические издания</b>		
	Не используется	
<b>3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины</b>		
	Не используется	
<b>4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента</b>		
1	Гусаренко Е.Л., Майзелес С.Б. Векторная алгебра : учебно-методическое пособие. Пермь : Изд-во ПГТУ, 2006. 61 с.	37
2	Культышева Л. М., Первадчук В. П., Севедин М. А. Математический анализ в задачах и упражнениях : учебно-методическое пособие. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2013. 171 с. 10,75 усл. печ. л.	25
3	Смышляева Т. В. Математика. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов. 2-е изд., стер. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2012. 162 с. 10,25 усл. печ. л.	117

4	Смышляева Т. В., Рекка Е. Ю. Математика: введение в анализ, дифференциальное исчисление функции одной переменной : учебное пособие для вузов. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2013. 250 с. 15,75 усл. печ. л.	263
5	Смышляева Т. В., Рекка Е. Ю., Федосеева О. А. Математика. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2017. 114 с. 7,25 усл. печ. л.	89

## 6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Первадчук В. П. Высшая математика для экономистов: учебное пособие / В. П. Первадчук, С. Н. Трегубова, Д. Б. Шумкова. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2667">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2667</a>	сеть Интернет; авторизованный доступ
Дополнительная литература	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа / Г.М. Фихтенгольц. - СПб: Лань, 2006.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks123367">http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks123367</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Основная литература	Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие / Г. Н. Берман. Санкт-Петербург: Профессия, 2008.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2674">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2674</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Основная литература	Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов / Д. В. Клетеник. - Санкт-Петербург: Профессия, 2001.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2275">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2275</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Аналитическая геометрия: учебное пособие / В. П. Первадчук [и др.]. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks136980">http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks136980</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Брагина Н. А. Пределы последовательностей и функций: учебно-методическое пособие / Н. А. Брагина, А. А. Савочкина. Пермь: Изд-во ПГТУ, 2010.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3114">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3114</a>	локальная сеть; авторизованный доступ

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы: учебно-методическое пособие для студентов 2 курса / Пермский государственный технический университет, Кафедра высшей математики; Сост. М. А. Макагонова [и др.]. - Пермь: Издво ПГТУ, 2007.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2690">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2690</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Лихачева Н. Н. Лекции и индивидуальные задания по высшей математике: учебно-методическое пособие: в 2 ч. / Н. Н. Лихачева, Л. М. Онискив, Е.Ю. Воробьева. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2016.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks180610">http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks180610</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Лихачева Н. Н. Лекции по высшей математике : учебник / Н.Н. Лихачева, Л. М. Онискив. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2011.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib6708">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib6708</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Тестовые задания по курсу высшей математики. Ч. 1: Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия / Н. А. Лойко [и др.]. Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2020.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib7355">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib7355</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Тестовый контроль по математике: учебно-методическое пособие для вузов / Р. Ф. Валева [и др.]. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3420">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3420</a>	локальная сеть; авторизованный доступ

### 6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017

#### **6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	<a href="http://lib.pstu.ru/">http://lib.pstu.ru/</a>
Электронно-библиотечная система Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
Электронно-библиотечная система IPRbooks	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	<a href="http://www.consultant.ru/">http://www.consultant.ru/</a>

#### **7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине**

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Доска	1
Практическое занятие	Доска	1

#### **8. Фонд оценочных средств дисциплины**

Описан в отдельном документе
------------------------------

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине  
«Математика»

*Приложение к рабочей программе дисциплины*

Программа бакалавриата (специалитета) – академическая (прикладная)

Направление бакалавриата (специалитета):

08.03.01 «Строительство»

12.03.03 «Фотоника и оптоинформатика»

13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»

13.03.03 «Энергетическое машиностроение»

15.03.01 «Машиностроение»

15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

21.03.01 «Нефтегазовое дело»

21.05.01 «Прикладная геодезия»

21.05.02 «Прикладная геология»

21.05.06 «Нефтегазовая техника и технология»

22.03.02 «Металлургия»

24.03.02 «Системы управления движением и навигация»

24.03.05 «Двигатели летательных аппаратов»

27.03.05 «Инноватика»

Квалификация выпускника: бакалавр/инженер-геодезист/горный инженер-  
геолог/горный инженер (специалист)

Форма обучения: очная

Курс: 1,2 Семестр: 1,2,3

Трудоёмкость:

Кредитов по рабочему учебному плану: 16 ЗЕ

Часов по рабочему учебному плану: 576 ч.

Форма промежуточной аттестации:

Экзамен: 1,3 семестр Зачет: 2 семестр

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

### **1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля**

Согласно РПД, освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение трех семестров (1-го, 2-го и 3-го семестров учебного плана) и разбито на 6 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, выполнении практических заданий, решении расчетно-графических работ, тестирования, дифференцированного зачета и экзамена. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

**Таблица 1.1. - Контролируемые результаты обучения по дисциплине**

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВЫ)	Вид контроля					
	Текущий			Рубежный	Промежуточный	
	ТК	КР	РГР	РТ	Экзамен	Диф. зачёт
<b>Усвоенные знания</b>						
<b>3.1</b> основные понятия и методы линейной и векторной алгебры; основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	ТК			РТ1		ТВ
<b>3.2</b> правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функций с помощью производной;	ТК			РТ2		ТВ
<b>3.3</b> аналитические методы интегрирования; методы исследования функций нескольких переменных на экстремум;	ТК			РТ3	ТВ	

дифференциальную геометрию кривых и поверхностей						
<b>3.4</b> основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, уравнений математической физики	ТК			РТ4	ТВ	
<b>3.5</b> методы исследования рядов на сходимость и разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена; понятие двойных, тройных и криволинейных интегралов. Геометрическое и физическое приложение интегралов.	ТК			РТ5		ТВ
<b>3.6</b> понятия последовательности и её предела, функции одной переменной и её предела, непрерывности функции, определение дифференциала, его геометрический смысл, монотонности, экстремумов, выпуклости, наибольшего и наименьшего значений функции, определение производной функции одной переменной, геометрический и физический смысл производной	ТК			РТ4		ТВ
<b>3.7</b> понятие неопределенного, определенного и несобственного интегралы, геометрические и физические приложения определенного интеграла	ТК			РТ3	ТВ	
<b>3.8</b> понятие обыкновенных дифференциальных уравнений, систем обыкновенных дифференциальных уравнений	ТК			РТ4	ТВ	
<b>3.9</b> основные понятия и теоремы теории вероятностей случайных событий, основные понятия теории вероятностей случайных величин, основные понятия математической статистики	ТК			РТ6		ТВ
<b>Освоенные умения</b>						
<b>У.1</b> выполнять действия над векторами и матрицами; исследовать системы линейных алгебраических уравнений; решать задачи аналитической геометрии		КР1 КР2	РГР1 РГР2	РТ1		ПЗ
<b>У.2</b> находить пределы, дифференцировать, находить наибольшее и наименьшее значение, исследовать функции одной действительной переменной		КР3 КР4 КР5	РГР3	РТ2		ПЗ
<b>У.3</b> находить пределы и производные, экстремумы функций нескольких переменных, вычислять определенные и неопределенные интегралы		КР6	РГР4 РГР5	РТ3	ПЗ	
<b>У.4</b> интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков		КР7 КР8	РГР6	РТ2	ПЗ	
<b>У.5</b> исследовать числовые и функциональные ряды на сходимость,		КР9 КР10	РГР7 РГР8	РТ5	ПЗ	ПЗ

вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы			РГР9			
<b>У.6</b> находить пределы последовательностей и функций, наибольшее и наименьшее значения функции, дифференцировать функции, исследовать функции и строить их графики		КР3 КР4 КР5	РГР3	РТ2		ПЗ
<b>У.7</b> выбирать необходимые методы решения интегралов, формулировать и решать задачи, связанные с геометрическими, механическими и физическими приложениями определенных интегралов		КР6	РГР5	РТ3	ПЗ	
<b>У.8</b> определять типы дифференциальных уравнений и выбирать методы их решения, определять возможности применения дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач		КР7 КР8	РГР6	РТ4	ПЗ	
<b>У.9</b> вычислять вероятности событий, находить законы распределения случайных величин, их числовые характеристики, находить статистические характеристики изучаемых выборок, выдвигать и проверять статистические гипотезы		КР11 КР12	РГР10	РТ6		ПЗ
<b>Приобретенные владения</b>						
<b>В.1</b> навыки решения алгебраических уравнений, задач по аналитической геометрии;				РТ1		ПЗ
<b>В.2</b> навыки исследования функции с помощью производной первого и второго порядка;				РТ2		ПЗ
<b>В.3</b> навыки решения задач из разделов дифференциального и интегрального исчисления;					ПЗ	ПЗ
<b>В.4</b> навыки решать обыкновенные дифференциальные уравнения аналитическими и численными методами;				РТ4	ПЗ	
<b>В.5</b> навыками: решения задач из теории рядов, вычисления и приложения двойных, тройных и криволинейных интегралов;				РТ5 РТ4		ПЗ
<b>В.6</b> навыки вычисления пределов, дифференциального исчисления функции одной переменной, исследования функции;				РТ2		ПЗ
<b>В.7</b> навыки интегрирования, приложениями определенного интеграла;				РТ3	ПЗ	
навыками построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений;				РТ4	ПЗ	

<b>В.8</b> навыками решения задач теории вероятностей, случайных событий с использованием определений и теорем, вероятностными методами, вероятностно-статистическими методами организации вычислительных экспериментов в профессиональной деятельности.				РТ6	ПЗ
--	--	--	--	-----	----

*ТК – текущий контроль в форме контрольных работ по теории (оценка знаний); РГР – расчетно-графические работы (оценка умений); КР – текущий контроль в форме контрольных работ по практическим занятиям (оценка умений, навыков); КТ – рубежный контроль в форме компьютерного тестирования по модулю (оценка знаний, умений и навыков); ТВ - теоретический вопрос (оценка знаний); ПЗ - практическое задание (оценка умений и владений).*

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде дифференцированного зачета во втором и экзамена в первом и третьем семестре, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

## **2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения**

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;
- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;
- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланчного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;
- контроль остаточных знаний.

## 2.1. Текущий контроль усвоения материала

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования, выборочного теоретического опроса или контрольной работы *по теории* проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Текущий контроль для оценивания освоенных **умений** проводится в форме защиты расчетно-графических работ и контрольных работ (после изучения определенного раздела учебной дисциплины).

### 2.1.1. Защита расчетно-графических работ

Всего запланировано 10 расчетно-графических работ. Типовые темы расчетно-графических работ приведены в РПД. Варианты расчетно-графических работ размещены как электронный ресурс по дисциплине «Математика» на сайте <http://pstu.ru/title1/sources/mat/>.

Защита расчетно-графической работы проводится индивидуально каждым студентом или группой студентов. Шкала и критерии оценки приведены в таблице 2.1.

**Таблица 2.1.** – Шкала и критерии оценки защиты расчетно-графической работы

Балл	Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
5	Максимальный уровень	<i>Задание по расчетно-графической работе выполнено в полном объеме. Студент точно ответил на контрольные вопросы, свободно ориентируется в предложенном решении, может его модифицировать при изменении условия задачи.</i>
4	Средний уровень	<i>Задание по расчетно-графической выполнено в полном объеме. Студент ответил на теоретические вопросы, испытывая небольшие затруднения.</i>
3	Минимальный уровень	<i>Студент правильно выполнил задания расчетно-графической работы. Представил решения большинства заданий, предусмотренных в расчетно-графической работе. Студент не может полностью объяснить полученные результаты.</i>
2	Минимальный уровень не достигнут	<i>Студент не выполнил все задания расчетно-графической работы и не может объяснить полученные результаты.</i>

Результаты защиты расчетно-графических работ по 4-балльной шкале

оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

### 2.1.2. Текущая контрольная работа

Согласно РПД запланировано 12 контрольных работ после освоения студентами разделов 1,2,4,6,7,8,10,11 дисциплины.

**Таблица 2.2.** Перечень контрольных работ

№ п/п	Номер модуля	Номера разделов	Наименование материалов контроля
1.	mod 1	1	Контрольная работа «Методы решения систем линейных алгебраических уравнений»
2.		2	Контрольная работа «Векторная алгебра»
3.	mod 2	4	Контрольная работа «Пределы»
4.		4	Контрольная работа «Производная»
5.		4	Контрольная работа «Логарифмическое дифференцирование. Производная неявной и параметрической функции»
6.	mod 3	6	Контрольная работа «Неопределенный интеграл»
7.	mod 4	7	Контрольная работа «Решение дифференциальных уравнений первого порядка»
8.		7	Контрольная работа «Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами»
9.	mod 5	8	Контрольная работа «Числовые ряды»
10.	mod 5	10	Контрольная работа «Двойные интегралы»
11.	mod. 6	11	Контрольная работа «Основные теоремы теории вероятностей»
12.		11	Контрольная работа «Случайные величины»

### Типовые задания КР 1:

1. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7, \\ 6x - 9y = 21 \end{cases}$$

2. Вычислить определитель 
$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему трех линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$$
 методом Гаусса, методом обратной матрицы и методом Крамера.

## Типовые задания КР 2:

### Задание 1

Коллинеарны ли векторы  $\vec{c}_1 = 3\vec{a} - 4\vec{b}$  и  $\vec{c}_2 = 2\vec{a} + \vec{b}$ , разложенные по векторам  $\vec{a} = \{2; 3; 1\}$  и  $\vec{b} = \{6; 5; 4\}$ ?

### Задание 2

Перпендикулярны ли векторы  $\vec{a} = \{5; -6; 1\}$  и  $\vec{b} = \{-4; 3; 0\}$ ?

### Задание 3

Компланарны ли векторы  $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ ,  $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$ ,  $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$ ?

### Задание 4

Даны координаты точек  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(-1; 3; 4)$ ,  $C(0; 1; 2)$ . Вычислить:

1.  $np_{\vec{BC}}\vec{AB}$ ;
2.  $|\vec{AB} + 4\vec{BC}|$ ;
3.  $\angle((\vec{AB} - \vec{CB}), \vec{AB})$ ;
4.  $(\vec{AB}, \vec{BC})$ ;
5.  $[\vec{AB}, \vec{BC}]$ ;
6.  $\vec{AB}\vec{BC}\vec{AC}$ ;

### Задание 5

Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$   $A(1; -1; 6)$ ,  $B(4; 5; -2)$ ,  $C(-1; 3; 0)$ ,  $D(6; 1; 5)$ . Вычислить:

1. объем пирамиды;
2. длину ребра  $AB$ ;
3. площадь грани  $ABC$ ;
4. угол между ребрами  $AB$  и  $AD$ .

## Типовые задания КР 3:

### 1. Вычислить пределы функций:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sqrt{2 - \cos x}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^3 - \pi^3) \sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$
4.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x-7} \right)^{\frac{x}{6}+1}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - 2x)$
7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 9x^2}{3x - \sqrt[4]{9x^8 + 1}}$
8.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$

2. Указать характер точек разрыва функции  $f(x) = \ln(x-8)$ .

**Типовые задания КР 4:****Найти производную сложной функции**

1.  $y = \sqrt[3]{\frac{2x}{1-x^2}}; y' \left( \frac{1}{2} \right) = ?$

2.  $y = 7^{3x - \frac{5}{\sqrt{x}}}$

3.  $y = \frac{6}{\operatorname{arctg} 3x^4}$

4.  $y = \arcsin^3 \frac{2x-x^3}{1-3x^2}$

5.  $y = \frac{\cos^3 x}{\cos x^3}$

6.  $y = \frac{1}{1-a} \ln \frac{1+ax}{1-ax}$

7.  $y = \left( \frac{a}{b} \right)^x \cdot \left( \frac{b}{x} \right)^a$

8.  $y = x \cdot \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)$

9.  $y = 3 \arccos \sqrt[3]{5x}$

10.  $y = -\frac{(1+x)^2}{4} \sin 3x$

11.  $y = \frac{3}{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^4 \frac{1-x}{2}}}$

12.  $y = \ln \left( \frac{1}{x} + \ln \frac{1}{x} \right)$

13.  $y = e^{\frac{x\sqrt{2}}{x^2-1}}$

14.  $y = \log_2^3 \sqrt{3x}$

15.  $y = \frac{1}{2} \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2} \right)^2$

16.  $y = e^{\sin x} \cos 3x \sqrt[3]{x}$

**Типовые задания КР 5:****Найти  $\frac{dy}{dx}$ :**

1.  $y = (1+x)^{\frac{3}{x}}$

2.  $y = \sqrt[3]{\frac{x-5}{\sqrt[5]{x^2+4}}}$

3.  $x + \sqrt{xy} + y = a$

4.  $\begin{cases} x = e^{-t^2} \\ y = \operatorname{arctg}(2t+1) \end{cases}$

**Типовые задания КР 6:****Найти неопределенный интеграл**

1.  $\int \frac{x^7 dx}{4+x^4}$

2.  $\int \frac{x^3+x}{x^3+x-2} dx$

3.  $\int \frac{\sqrt[3]{3x+5}+2}{1+\sqrt[3]{3x+5}} dx$

4.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx$

5.  $\int (x^2 - 2x + 3) \ln x dx$

6.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(25+x^2)^3}}$

7.  $\int \frac{x+1}{(x-1)(x^2+x+2)} dx$

8.  $\int \frac{5-7x}{\sqrt{3x^2-2x+1}} dx$

9.  $\int \ln^2(x+1) dx$

10.  $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt[5]{1+\frac{1}{x}}}$

**Типовые задания КР 7:****Решить дифференциальные уравнения**

1.  $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$

2.  $(y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$

3.  $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$

4.  $y^2 dx + (x + e^{\frac{2}{y}}) dy = 0$

5.  $y' + xy = (1+x)e^{-x} y^2, y(0) = 1$

6.  $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$

7.  $y'''x \ln x = y$

8.  $4y^3 y'' = y^4 - 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

**Типовые задания КР 8:****Решить дифференциальные уравнения**

1.  $y'' - 3y' + 2y = 5xe^x$

2.  $y'' - 6y' = 4x^2 + \cos 6x$

3.  $y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x - 9 \sin 2x$

4.  $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} (\sin 2x + x \cos 2x)$

5.  $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$

6.  $y'' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}}$

**Типовые задания КР 9:****1. Исследовать на сходимость следующие ряды**

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln n}{n^3 - 2}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n+3}{n(n+2)^3}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+2)!}{(3n)!}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+2}{5n+1} \right)^{n^2}$

5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n+1)}$

**2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд**

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{\sqrt{n^5 + 3n^2 + 2}}.$$

**Типовые задания КР 10:**

1. Изменить порядок интегрирования  $\int_{-1}^0 dx \int_{\sqrt{-x}}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$

2. Переходя к полярным координатам вычислить интеграл  $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{2}{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4.$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = \cos 5\varphi.$

**Типовые задания КР 11:**

1. Из 12 билетов выигрышными являются 8. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу 7 билетов 5 являются выигрышными.

2. Два стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого равна 0,8, для второго 0,7. Определить вероятность того, что в цель попадет один стрелок

3. В семье 7 детей. Найти вероятность того, что в семье не менее двух мальчиков.

4. При разрыве снаряда образуется 10% крупных, 30% средних остальные -мелкие осколки. При попадании в броню крупный осколок пробивает ее с вероятностью 0,9, средний с 0,2, мелкий с вероятностью 0,05. В результате взрыва в броню попал один осколок и пробил ее. Найти вероятность того, что броня была пробита средним осколком.
5. Имеется 5 коробок. Две коробки содержат по 2 белых и 1 черной катушке, одна коробка – 10 черных катушек, две – по 3 белых и одной черной катушке. Наудачу выбирается коробка и из нее вынимается катушка. Найти вероятность того, что вынутая катушка окажется белой.
6. Среди семян ржи имеется 0,4 % семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 5000 семян обнаружить 5 семян сорняков?

### Типовые задания КР 12:

1. Дискретная случайная величина  $X$  имеет только 2 возможных значения  $x_1$  и  $x_2$ , причем  $x_1 < x_2$ . Вероятность того, что  $X$  примет значения  $x_1$ , равная 0,4. Найти закон распределения величины  $X$ , если её математическое ожидание равно 2,6, а дисперсия – 0,24.
2. Производится 4 независимых испытания, в каждом из которых с вероятностью 0,4 появляется событие  $A$ . Написать ряд распределения случайной величины  $X$  – числа появлений события  $A$  в четырех независимых опытах, построить функцию распределения и её график. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .
3. Функция распределения непрерывной случайной величины  $X$  имеет

$$\text{вид } F(X) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0,75x + 0,75, & -1 < x \leq \frac{1}{3} \\ 1, & x > \frac{1}{3} \end{cases}. \text{ Найти вероятность того, что}$$

случайная величина  $X$  примет значения в интервале  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .

4. Плотность распределения непрерывной случайной величины  $X$  имеет

$$\text{вид } f(X) = \begin{cases} 0, & x < -2\pi \\ a \cos \frac{x}{4}, & -2\pi \leq x \leq 2\pi \\ 0, & x > 2\pi \end{cases}. \text{ Найти параметр } a \text{ и функцию}$$

распределения случайной величины  $X$ .

Шкала и критерии оценки результатов контрольной работы приведены в таблице 2.3.

**Таблица 2.3.** – Шкала и критерии оценки результатов контрольной работы

<b>Балл</b>	<b>Уровень освоения</b>	<b>Критерии оценивания уровня освоения учебного модуля</b>
5	Максимальный уровень	<i>Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал отличные знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Отчет по контрольной работе оформлен аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</i>
4	Средний уровень	<i>Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие знания и умения, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, есть недостатки в оформлении отчета по контрольной работе.</i>
3	Минимальный уровень	<i>Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, отчет по контрольной работе имеет недостаточный уровень качества оформления.</i>
2	Минимальный уровень не достигнут	<i>Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень знаний и умений, а также не способен пояснить полученный результат.</i>

Результаты контрольных работ по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

## **2.2. Рубежный контроль**

Рубежный контроль для комплексного **оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений** (табл. 1.1) проводится в форме рубежного тестирования (после изучения каждого модуля учебной дисциплины). Рубежное тестирование проводится централизованно для всех групп, изучающих предмет в данный момент. Полный перечень тестовых вопросов по каждому модулю загружен в систему компьютерного тестирования СКТ ПНИПУ.

### **2.2.1. Рубежное тестирование**

Согласно РПД запланировано 6 рубежных тестирований после освоения студентами каждого модуля дисциплины.

## Типовые задания РТ 1:

### Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Укажите преобразования матрицы, не меняющих ее ранг:

- А) умножение строки на произвольное число;
- Б) прибавление к элементам какой-либо строки соответствующих элементов другой строки;
- В) отбрасывание нулевой строки;
- Г) отбрасывание ненулевого столбца;
- Д) добавление нулевого столбца;
- Е) отбрасывание строки, являющейся линейной комбинацией других строк;
- Ж) перестановка двух строк;
- З) транспонирование матрицы.

### Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

Прямая  $2x + By + 8 = 0$  наклонена к оси  $Ox$  под углом  $135^\circ$ , если  $B$  равно...

### Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Если в прямоугольной декартовой системе координат к точке  $B(4; -2; 3)$  приложена сила  $\vec{F} = \{2; -4; 5\}$ , то модуль момента этой силы относительно точки  $A(3; 2; -1)$  равен ...

## Типовые задания РТ 2:

### Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Пусть функции  $u(x)$  и  $v(x)$  имеют конечные и производные в точке  $x_0$ .

Укажите верные высказывания.

- А) функция  $5u(x)$  имеет производную в точке  $x_0$ ;
- Б) функция  $4u(x)v(x)$  имеет производную в точке  $x_0$ ;
- В) функция  $v(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ ;
- Г) предел функции  $u(x)$  в точке  $x_0$  конечен;
- Д) функция  $\frac{1}{u(x)}$  имеет производную в точке  $x_0$ ;
- Е) функция  $u(x) - v(x)$  имеет производную в точке  $x_0$ ;
- Ж) функция  $4u(x) + 5v(x)$  имеет производную в точке  $x_0$ ;

### Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1}$  равно ...

### Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Ордината точки перегиба графика функции  $y = (x+1)^5 + 3x + 1$  равна...

**Типовые задания РТ 3:**

**Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:**

**Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:**

Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  интегрируемы на отрезке  $[a;b]$ ,  $\lambda$  - произвольное число и  $c \in [a;b]$ . Выберите верные утверждения:

А)  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$ ;

Б)  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$ ;

В)  $\int_a^c f(x)dx = \int_c^a f(x)dx$ ;

Г)  $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$ ;

Д)  $\int_a^b \lambda f(x)dx = |\lambda| \int_a^b f(x)dx$ ;

Е)  $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ .

**Задание на проверку компонента УМЕТЬ:**

Если  $z = 2 \cos^2\left(y - \frac{x}{2}\right)$ , то выражение  $2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  равно...

**Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:**

Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=0$ ,  $x=\pi$ ,  $x=\frac{\pi}{2}$ ,  $y=\cos x$  равна...

**Типовые задания РТ 4:**

Дифференциальное уравнение  $y' = f(x, y)$  является однородным уравнением первого порядка, если функция обладает свойством

А)  $f(x, y) = f_1(x)f_2(y)$

Б)  $f(x, y) = f_1(x) + f_2(y)$

В)  $f(x, y) = f_1(x)y$

Г)  $f(x, y) = xf_2(y)$

Д)  $f(x, y) = f_1\left(\frac{y}{x}\right)$

Е) для любого  $\lambda > 0$  справедливо равенство  $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$

**Задание на проверку компонента УМЕТЬ:**

Если решение уравнения  $y' = -\frac{x+y}{x}$  удовлетворяет условию  $y(1) = -0,5$ , то значение  $y(2)$  равно ...

**Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:**

Согласно методу подбора частного решения по виду правой части, частное решение дифференциального уравнения  $y'' + 2y' - 3y = 3xe^{4x}$  ищется в виде ...

() :  $y = (ax^2 + bx) \cdot e^{3x}$

(\*) :  $y = (ax + b) \cdot e^{4x}$

() :  $y = (ax + b) \cdot e^{3x}$

() :  $y = (ax^2 + bx) \cdot e^{4x}$

**Типовые задания РТ 5:**

**Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:**

Известно, что степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$  сходится в точке  $x_0$ . Укажите верные высказывания.

- А) если  $x_1 < x_0$ , то в точке  $x_1$  ряд сходится
- Б) если  $x_1 < x_0$  и  $x_1 > 0$ , то в точке  $x_1$  ряд сходится
- В) если  $x_1 < x_0$ , то в точке  $x_1$  ряд расходится
- Г) если  $x_1 > x_0$ , то в точке  $x_1$  ряд сходится
- Д) если  $x_1 < x_0$  и  $x_1 < 0$ , то в точке  $x_1$  ряд сходится
- Е) ряд сходится в точке  $x_1 = 0$ .

**Задание на проверку компонента УМЕТЬ:**

Формула общего члена знакоположительного ряда  $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$  имеет вид ...

() :  $\frac{n}{10}$

() :  $\frac{11}{10^n}$

(\*) :  $\frac{1}{10^n}$

() :  $\frac{1}{10n}$

**Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:**

Если разложение функции  $y = f(x)$  в ряд Фурье на промежутке  $(-4; 4)$  имеет вид  $6 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot 56}{k\pi} \cdot \sin \frac{k\pi x}{4}$  и  $A$  – коэффициент при  $\sin \frac{\pi x}{4}$  в указанном

разложении, то произведение  $A \cdot \pi$  равно...

### Типовые задания РТ 6:

#### Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Вероятность достоверного события равна...

#### Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Вероятность того, что номер набран правильно равна...

#### Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Продолжительность массажа клиента является случайной величиной с функцией распределения  $F(x) = 1 - \frac{b^2}{x^2}$  при  $x \geq b$  и  $F(x) = 0$  при  $x < b$ ,  $b$  – неизвестный параметр распределения. Хронометраж этой операции (в мин.) для 5 клиентов дал следующие результаты: 1, 2, 3, 4, 5. Оценка максимального правдоподобия параметра  $b$  равна....

**Таблица 2.4.** – Шкала и критерии оценки результатов рубежного тестирования

Балл	Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного модуля
5	Максимальный уровень	<i>Студент ответил правильно не менее чем на 81% - 100% вопросов по каждому компоненту знать, уметь, владеть.</i>
4	Средний уровень	<i>Студен ответил правильно не менее чем на 66% - 80% вопросов по каждому компоненту знать, уметь, владеть.</i>
3	Минимальный уровень	<i>Студент ответил правильно не менее чем на 50% - 65% вопросов по каждому компоненту знать, уметь, владеть.</i>
2	Минимальный уровень не достигнут	<i>Студент ответил правильно не более чем на 49% хотя бы по одному компоненту знать, уметь, владеть.</i>

### 2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех расчетно - графических работ и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине, согласно РПД, проводится в виде дифференцированного зачета и экзамена устно по билетам.

#### а) Дифференцированный зачет.

Дифференцированный зачет по дисциплине проводится в следующей форме: студент должен ответить на один теоретический вопрос (ТВ) и выполнить одно практическое задание (ПЗ). При выставлении оценки учитываются итоги проведенного текущего и рубежного контроля, выполнение заданий всех практических занятий и расчетно-графических работ (РГР).

#### **б) Экзамен.**

Экзамен проводится в устной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание.

Билет содержит 2 теоретических вопроса (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в Приложении 1.

### **2.3.1. Типовые вопросы и задания для дифференцированного зачета по дисциплине.**

#### **Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:**

1. Матрицы. Действия над матрицами.
2. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях.
3. Прямая на плоскости. Виды уравнений прямой: общее, частные случаи общего уравнения. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
4. Прямая в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теорема о связи функции с ее пределом.
6. Теорема о производной суммы, произведения, частного.
7. Достаточные условия экстремума функции.

#### **Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений и владений:**

1. Плоскость  $\alpha$  проходит через точки:  $M_1(1; -3; 4)$ ,  $M_2(0; -2; -1)$  и  $M_3(1; 1; -1)$ . Плоскость  $\beta$  проходит через ось  $Ox$  и точку  $M_4(9; -3; 8)$ . Найти угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ .
2. Вычислить предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}$ .

3. Найти производную функции  $y = x^3 \sqrt{\frac{(2x+5)^2}{x^2+1}}$ .
4. Найти уравнение касательной и нормали к эллипсу  $\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$  в точке, где  $t = \frac{\pi}{6}$ .

### 2.3.2. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

#### Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Теорема о дифференцировании сложной функции нескольких переменных.
2. Неопределенный интеграл. Его свойства.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Уравнение Бернулли.
5. Признак Даламбера.

#### Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений и владений:

1. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{\sqrt{x}-9}{3\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}} dx$ .
2. Найти решение задачи Коши  $y'' - y = \frac{1}{1+2e^x}$ ,  $y(0) = 3 \ln 3$ ,  $y'(0) = 2 \ln 3 - 1$ .
3. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{3^n (n+2)}$ .
4. Найти линию, зная, что площадь, заключенная между осями координат, этой кривой и ординатой любой точки на ней, равна кубу этой ординаты.

### 2.3.3. Шкалы оценивания результатов обучения при дифференцированном зачете и экзамене.

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать*, *уметь*, *владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время дифференцированного зачета и экзамена.

Шкала и критерии оценки результатов обучения при дифференцированном зачете и экзамене для компонентов *знать*, *уметь*, *владеть* приведены в таблицах 2.5, 2.6.

Таблица 2.5. - Шкала оценивания уровня знаний

Балл	Уровень усвоения	Критерии оценивания уровня усвоенных знаний
5	Максимальный уровень	<i>Студент правильно ответил на теоретический вопрос билета. Показал отличные знания в рамках</i>

<b>Балл</b>	<b>Уровень усвоения</b>	<b>Критерии оценивания уровня усвоенных знаний</b>
		<i>усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы.</i>
4	Средний уровень	<i>Студент ответил на теоретический вопрос билета с небольшими неточностями. Показал хорошие знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</i>
3	Минимальный уровень	<i>Студент ответил на теоретический вопрос билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</i>
2	Минимальный уровень не достигнут	<i>При ответе на теоретический вопрос билета студент продемонстрировал недостаточный уровень знаний. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</i>

**Таблица 2.6. - Шкала оценивания уровня умений и владений**

<b>Балл</b>	<b>Уровень освоения</b>	<b>Критерии оценивания уровня освоенных умений</b>
5	Максимальный уровень	<i>Студент правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы.</i>
4	Средний уровень	<i>Студент выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</i>
3	Минимальный уровень	<i>Студент выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные умения в рамках освоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</i>
2	Минимальный уровень не достигнут	<i>При выполнении практического задания билета студент продемонстрировал недостаточный уровень умений. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</i>

### **3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций**

#### **3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций**

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при дифференцированном зачете и экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

#### **3.2. Оценка уровня сформированности компетенций**

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Оценочный лист промежуточной аттестации за второй семестр в виде дифференцированного зачета и оценочный лист промежуточной аттестации за первый и третий семестр в виде экзамена являются инструментом для оценивания преподавателем уровня освоения компонентов контролируемых компетенций путём агрегирования оценок, полученных студентом за ответы на вопросы билета, и результатов *текущей успеваемости* студента. Заполняя все позиции оценочного листа, преподаватель выставляет частные оценки по результатам текущей успеваемости студента, а также по ответам на вопросы и задания билета.

В оценочный лист включаются:

1. Интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля по 4-х балльной шкале оценивания.
2. Три оценки за ответы на вопросы и практическое задание билета (во втором семестре за дифференцированный зачет, а в первом и третьем семестрах за экзамен) по 4-х балльной шкале оценивания.
3. Средняя оценка уровня сформированности компетенций.
4. Итоговая оценка уровня сформированности компетенций.

По первым 4-м оценкам вычисляется средняя оценка промежуточной аттестации по дисциплине, на основании которой по сформулированным критериям выставляется итоговая оценка уровня сформированности заявленных компетенций. Форма оценочного листа с примерами получения итоговой оценки уровня сформированности компетенций приведена в таблице 3.1.

**Таблица 3.1. - Оценочный лист уровня сформированности компетенций**

Интегральный результат текущего и рубежного контроля (по результатам текущей успеваемости)	Оценка за экзамен (дифференцированный зачет)			Средняя оценка уровня сформированности компетенций	Итоговая оценка уровня сформированности компетенций
	знания	умения	владения		
5*	5	4	5	4.75	<i>отлично</i>
4	3	3	3	3.25	<i>удовлетворительно</i>
3	5	4	3	3.75	<i>хорошо</i>
3	3	3	2	2.75	<i>неудовлетворительно</i>
3	3	4	2	3.0	<i>неудовлетворительно</i>

*\*) - пример заполнения оценочного листа*

**Критерии выведения итоговой оценки промежуточной аттестации:**

«Отлично» – средняя оценка  $> 4,5$ .

«Хорошо» – средняя оценка  $> 3,7$  и  $\leq 4,5$ .

«Удовлетворительно» – средняя оценка  $\geq 3,0$  и  $\leq 3,7$  при отсутствии хотя бы одной неудовлетворительной оценки за компоненты компетенций.

«Неудовлетворительно» – средняя оценка  $< 3,0$  или присутствует хотя бы одна неудовлетворительная оценка за компоненты компетенций.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1.** Форма билета для дифференцированного зачета и экзамена.



**Кафедра «Высшая математика»  
(Прикладная математика)**

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГАОУ ВО «Пермский  
национальный исследовательский  
политехнический университет»  
(ПНИПУ)**

**Дисциплина «Математика»**

**БИЛЕТ №1**

1. Матрицы. Действия над матрицами. *(контроль знаний)*
2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теорема о связи функции с ее пределом *(контроль знаний)*.

3. Найти уравнение касательной и нормали к эллипсу  $\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$  в точке,

где  $t = \frac{\pi}{6}$  *(контроль умений и владений)*.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.